

Received: 16 October 2021

Revised: 3 December 2021

Accepted: 9 December 2021

การคำนวณหาสนามไฟฟ้าจากการแจกแจงประจุแบบต่อเนื่องภายใต้ ความหนาแน่นประจุเชิงเส้นแบบฟังก์ชันไซน์สำหรับการเคลื่อนที่แบบสั่น Calculation of Electric Field from Continuous Charge Distribution on Linear Charge Density of Sine Function for Damped-Oscillatory Motion

ณัฐนิชา มะสูงเนิน¹ ปิยรัตน์ มวลศรี² ตรีนุช เอลลิส³ ศานิตย์ สุวรรณวงศ์³ และ อาทิตย์ หูเต็ม^{3*}

Nutnicha Masoongnoen¹ Piyarat Moonsri² Treenuch Ellis³ Sanit Suwanwong³
and Artit Hutem³

¹โรงเรียนวิทยานุกูลนารี ตำบลในเมือง อำเภอเมือง จังหวัดเพชรบูรณ์ 67000

²สาขาวิชาวิทยาศาสตร์ศึกษา คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์ 67000

³ สาขาวิชาฟิสิกส์ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์ 67000

* artithutem@pcru.ac.th

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้ศึกษาลักษณะสนามไฟฟ้าของการแจกแจงตัวประจุไฟฟ้าแบบเชิงเส้นอย่างต่อเนื่องของตัวนำไฟฟ้าแบบแท่งยาวภายใต้ความหนาแน่นประจุไฟฟ้าเชิงเส้นซึ่งเป็นฟังก์ชันของระยะทาง r และเป็นฟังก์ชันไซน์ในเลขชี้กำลังแบบเลขคู่ และเลขคี่ โดยใช้เทคนิคการหาปริพันธ์แบบแยกส่วน พบว่าสนามไฟฟ้าของการแจกแจงตัวประจุไฟฟ้าแบบเชิงเส้นอย่างต่อเนื่องของตัวนำไฟฟ้าแบบแท่งยาวจะเป็นการสั่นแบบหน่วง เมื่อค่าความหนาแน่นประจุไฟฟ้าเชิงเส้นเป็นเลขคี่ และสนามไฟฟ้าของการแจกแจงตัวประจุไฟฟ้าแบบเชิงเส้นอย่างต่อเนื่องของตัวนำไฟฟ้าแบบแท่งยาวเป็นแบบโพรงเจคไทล์ก็ต่อเมื่อความหนาแน่นประจุไฟฟ้าเชิงเส้นเป็นเลขคู่

คำสำคัญ: สนามไฟฟ้า, ความหนาแน่นประจุไฟฟ้าเชิงเส้น, การสั่นแบบหน่วง,

Abstract

This research examines the electrical field characteristics of a continuous linear-charge distribution of a long rod the conductor, via linear charge density, that is the function of the sine for over degree odd and even. And the distance with the damped-oscillatory motion, was studied to solve the electric field using integration by parts technique. The electric field of

continuous linear charge distribution of a rod conductor is obtained as a retarded oscillation only if the linear charge density is odd. The electric field of continuous linear charge distribution of a rod conductor is obtained as a retarded projectile only if the linear charge density is even.

Keywords: electric field, linear charge density, damped-oscillatory motion

บทนำ

สำหรับกรณีที่อนุภาคประจุไฟฟ้าทั้งหลายในกลุ่มประจุกลุ่มหนึ่งอยู่ใกล้กันมาก เมื่อเปรียบเทียบกับระยะทางที่กลุ่มประจุกลุ่มนั้นอยู่ห่างจากตำแหน่งที่จะหาค่าของสนามไฟฟ้า ซึ่งลักษณะดังกล่าว เรานิยามพิจารณาอนุภาคประจุไฟฟ้าในกลุ่มประจุดังกล่าวเป็นแบบต่อเนื่อง กล่าวคือ อนุภาคประจุไฟฟ้าทั้งหมดแจกแจงอย่างต่อเนื่องทั่วปริมาตรหรือทั่วผิวของตัวนำ

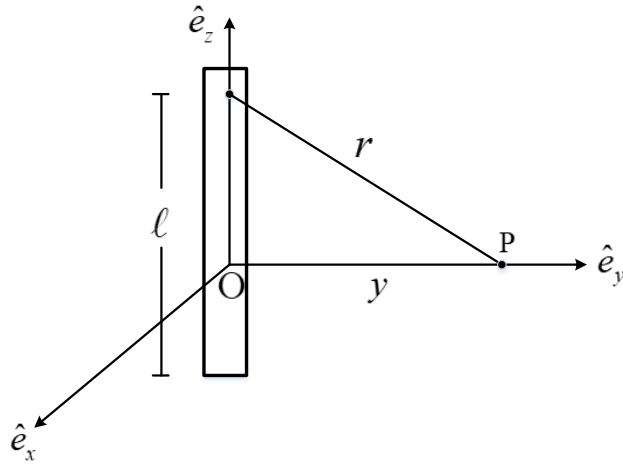
วัตถุประสงค์ของการวิจัย

เพื่อศึกษาลักษณะสนามไฟฟ้าของการแจกแจงตัวประจุไฟฟ้าแบบเชิงเส้นอย่างต่อเนื่องของตัวนำไฟฟ้าแบบแท่งยาวภายใต้ความหนาแน่นประจุไฟฟ้าเชิงเส้นซึ่งเป็นฟังก์ชันของระยะทาง r และเป็นฟังก์ชันไซน์ในเลขชี้กำลังแบบเลขคู่ และเลขคี่

วิธีดำเนินการวิจัย

การคำนวณหาสนามไฟฟ้าของการแจกแจงประจุไฟฟ้าแบบเชิงเส้นอย่างต่อเนื่อง

เส้นลวดขนาดเล็ก ๆ เส้นหนึ่งซึ่งมีความยาว l เมตร และมีความหนาแน่นประจุไฟฟ้าเชิงเส้นซึ่งเป็นฟังก์ชันของระยะทาง r ดังนี้ $\lambda_1(r)$, $\lambda_2(r)$, $\lambda_3(r)$ และ $\lambda_4(r)$ มีหน่วย คูლობ์ต่อเมตร วางตัวตามแกน $\hat{e}_z$ ซึ่งเส้นลวดเล็ก ๆ นี้อยู่ในระบบพิกัดฉาก $(\hat{e}_x, \hat{e}_y, \hat{e}_z)$ โดยที่มีจุดกึ่งกลางของลวดเส้นนี้ ณ จุดกำเนิด O ของระบบพิกัดฉาก ซึ่งระบบนี้ เราสามารถคำนวณค่าสนามไฟฟ้าของการแจกแจงประจุไฟฟ้าแบบเชิงเส้นอย่างต่อเนื่อง บนแกน $\hat{e}_y$ (Griffiths, 1999) ดังรูปที่ 1



รูปที่ 1 แสดงการวางตัวของตัวนำแท่งยาว l ในระบบพิกัดฉาก

จากรูปที่ 1 เราสามารถหาค่าสนามไฟฟ้าของการแจกแจงประจุไฟฟ้าแบบเชิงเส้นอย่างต่อเนื่องของตัวนำแท่งยาว ณ ตำแหน่งจุด P (Lorrain and Corson, 1972) ดังนี้

$$dE = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right) \frac{dq}{r^2} = k \frac{dq}{r^2} \quad (1)$$

โดยที่ ค่าประจุไฟฟ้าน้อยยิ่งในความยาวน้อยยิ่ง ถ้า λ แทนความหนาแน่นของประจุไฟฟ้าเชิงเส้น ซึ่งมีหน่วยเป็น คูลอมบ์ต่อเมตร (C/m) เราสามารถหาความสัมพันธ์ระหว่างค่าของประจุไฟฟ้าน้อยยิ่ง (dq) กับค่าระยะทางน้อยยิ่ง (dr) ดังนี้

$$dq = \lambda dr \quad (2)$$

ซึ่งในงานวิจัยนี้ได้กำหนดความหนาแน่นของประจุไฟฟ้าเชิงเส้นซึ่งเป็นฟังก์ชันของระยะทางแท่งตัวนำ (Nichapat et.al., 2019) ดังนี้

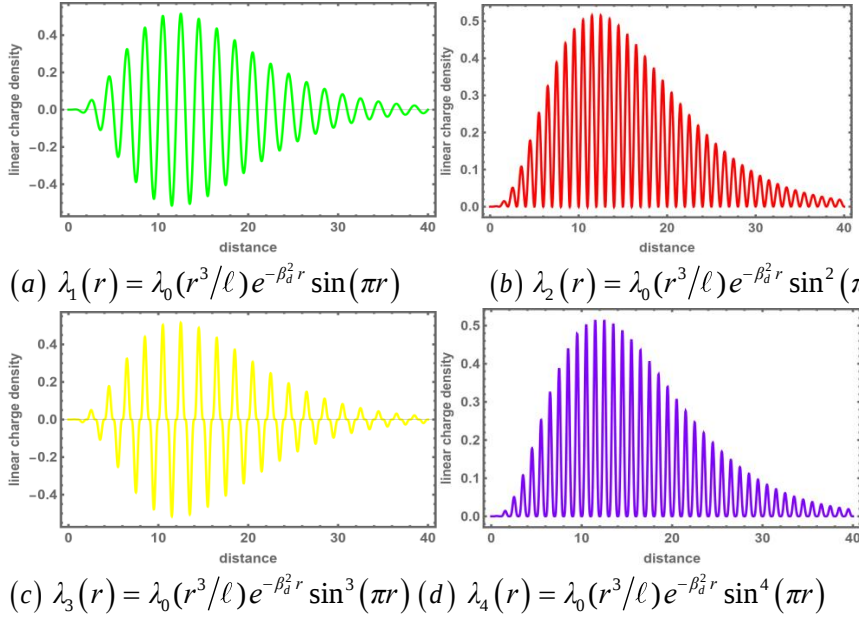
$$\lambda_1(r) = \lambda_0 \frac{r^3}{\ell} e^{-\beta_d^2 r} \sin(\pi r), \quad (3)$$

$$\lambda_2(r) = \lambda_0 \frac{r^3}{\ell} e^{-\beta_d^2 r} \sin^2(\pi r), \quad (4)$$

$$\lambda_3(r) = \lambda_0 \frac{r^3}{\ell} e^{-\beta_d^2 r} \sin^3(\pi r), \quad (5)$$

และ
$$\lambda_4(r) = \lambda_0 \frac{r^3}{\ell} e^{-\beta_d^2 r} \sin^4(\pi r) \quad (6)$$

จากสมการที่ (3)-สมการที่ (6) สามารถแสดงกราฟความสัมพันธ์ระหว่างความหนาแน่นของประจุไฟฟ้าเชิงเส้นกับระยะทาง r ดังรูปที่ 2



รูปที่ 2 แสดงการกระจายตัวของประจุไฟฟ้า ตามความหนาแน่นของประจุไฟฟ้าเชิงเส้นซึ่งเป็นฟังก์ชันของระยะทางแท่งตัวนำ

ต่อไปเราจะคำนวณหาสนามไฟฟ้าโดยนำสมการที่ (3), (4), (5), และ(6) แทนลงในสมการที่ (2) แล้วนำสมการดังกล่าวไปแทนในสมการที่ (1) จะได้ค่าสนามไฟฟ้าของการแจกแจงประจุไฟฟ้าแบบเชิงเส้นอย่างต่อเนื่องของตัวนำแท่งยาว ณ ตำแหน่งจุด P 4 แบบ(Maglaras and Maglaras, 2004)ดังนี้

$$dE_1 = \frac{k\lambda_0}{\ell} re^{-\beta_a^2 r} \sin(\pi r) dr \quad (7)$$

$$dE_2 = \frac{k\lambda_0}{\ell} re^{-\beta_a^2 r} \sin^2(\pi r) dr \quad (8)$$

$$dE_3 = \frac{k\lambda_0}{\ell} re^{-\beta_a^2 r} \sin^3(\pi r) dr \quad (9)$$

และ $dE_4 = \frac{k\lambda_0}{\ell} re^{-\beta_a^2 r} \sin^4(\pi r) dr \quad (10)$

เราสามารถทำการหาปริพันธ์แบบแยกส่วน โดยใช้เอกลักษณ์ตรีโกณมิติ(Riley, and Hobson,2006) ดังนี้

$$\sin^2(\pi r) = \left[\frac{1 - \cos(2\pi r)}{2} \right] \quad (11)$$

$$\sin^3(\pi r) = \frac{3}{4} \sin(\pi r) - \frac{1}{4} \sin(3\pi r) \quad (12)$$

$$\sin^4(\pi r) = \frac{3}{8} - \frac{1}{2} \cos(2\pi r) + \frac{1}{8} \cos(4\pi r) \quad (13)$$

เราใช้เอกลักษณ์ตรีโกณมิติของสมการที่ (11), (12) และ (13) เพื่อคำนวณหาค่าสนามไฟฟ้าของการแจกแจงประจุไฟฟ้าแบบเชิงเส้นอย่างต่อเนื่องของตัวนำแท่งยาว ณ ตำแหน่งจุด P น้อยยิ่ง 4 แบบดังนี้ สนามไฟฟ้าของการแจกแจงประจุไฟฟ้าแบบเชิงเส้นอย่างต่อเนื่องของตัวนำแท่งยาว ณ ตำแหน่งจุด P แบบที่ 1 (Generazio,2017)คือ

$$E_1 = \frac{2k\lambda_0}{\ell} \int_0^{\ell/2} r e^{-\beta_d^2 r} \sin(\pi r) dr, \quad (14)$$

$$E_1 = \frac{2k\lambda_0}{\ell} \left(\frac{\ell e^{-\beta_d^2 \ell/2} (-\beta_d^2 \sin(\pi \ell / 2) - \pi \cos(\pi \ell / 2))}{2(\beta_d^4 + \pi^2)} + \frac{2\beta_d^2 \pi}{(\beta_d^4 + \pi^2)^2} - \frac{e^{-\beta_d^2 \ell/2} ((\beta_d^4 - \pi^2) \sin(\pi \ell / 2) + 2\pi \beta_d^2 \cos(\pi \ell / 2))}{(\beta_d^4 + \pi^2)^2} \right) \quad (15)$$

สนามไฟฟ้าของการแจกแจงประจุไฟฟ้าแบบเชิงเส้นอย่างต่อเนื่องของตัวนำแท่งยาว ณ ตำแหน่งจุด P แบบที่ 2 คือ

$$E_2 = \frac{2k\lambda_0}{2\ell} \int_0^{\ell/2} r e^{-\beta_d^2 r} (1 - \cos(2\pi r)) dr \quad (16)$$

$$E_2 = \frac{k\lambda_0}{\ell} \left(-\frac{e^{-\beta_d^2 \ell/2}}{\beta_d^2} \left(\frac{\ell}{2} + \frac{1}{\beta_d^2} \right) + \frac{1}{\beta_d^4} - \frac{\ell e^{-\beta_d^2 \ell/2} (\pi \sin(\pi \ell / 2) - \pi \beta_d^2 \cos(\pi \ell / 2))}{2(\beta_d^4 + \pi^2)} + \frac{(\beta_d^4 - \pi^2)}{(\beta_d^4 + \pi^2)} + \frac{e^{-\beta_d^2 \ell/2} ((\beta_d^4 - \pi^2) \cos(\pi \ell / 2) - 2\pi \beta_d^2 \sin(\pi \ell / 2))}{(\beta_d^4 + \pi^2)^2} \right) \quad (17)$$

สนามไฟฟ้าของการแจกแจงประจุไฟฟ้าแบบเชิงเส้นอย่างต่อเนื่องของตัวนำแท่งยาว ณ ตำแหน่งจุด P แบบที่ 3 คือ

$$E_3 = \frac{2k\lambda_0}{\ell} \left(\frac{3}{4} \int_0^{\ell/2} r e^{-\beta_d^2 r} \sin(\pi r) dr - \frac{1}{4} \int_0^{\ell/2} r e^{-\beta_d^2 r} \sin(3\pi r) dr \right), \quad (18)$$

$$E_3 = \frac{3k\lambda_0}{2\ell} \left(\frac{\ell e^{-\beta_d^2 \ell/2} (-\beta_d^2 \sin(\pi \ell / 2) - \pi \cos(\pi \ell / 2))}{2(\beta_d^4 + \pi^2)} + \frac{2\pi \beta_d^2}{(\beta_d^4 + \pi^2)^2} - \frac{e^{-\beta_d^2 \ell/2} ((\beta_d^4 - \pi^2) \sin(\pi \ell / 2) + 2\pi \beta_d^2 \cos(\pi \ell / 2))}{(\beta_d^4 + \pi^2)^2} \right) - \frac{k\lambda_0}{2\ell} \left(\frac{6\pi \beta_d^2}{(\beta_d^4 + 9\pi^2)^2} + \frac{\ell e^{-\beta_d^2 \ell/2} (-\beta_d^2 \sin(3\pi \ell / 2) - 3\pi \cos(3\pi \ell / 2))}{2(\beta_d^4 + 9\pi^2)} \right)$$

$$-\frac{e^{-\beta_d^2 \ell/2} \left((\beta_d^4 - 9\pi^2) \sin(3\pi\ell/2) + 6\pi\beta_d^2 \cos(3\pi\ell/2) \right)}{(\beta_d^4 + 9\pi^2)^2} \right) \quad (19)$$

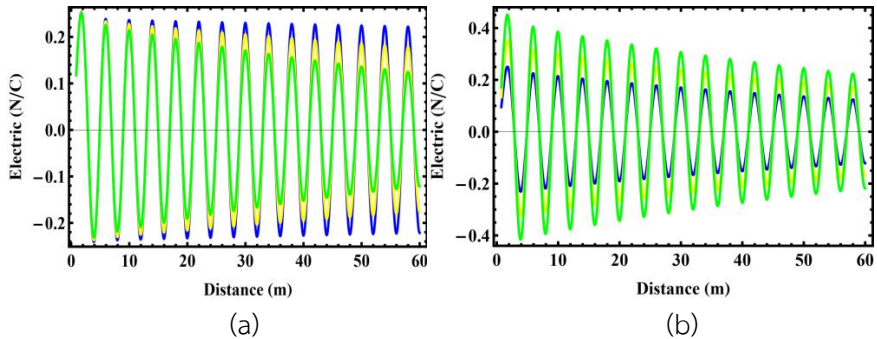
สนามไฟฟ้าของการแจกแจงประจุไฟฟ้าแบบเชิงเส้นอย่างต่อเนื่องของตัวนำแท่งยาว ณ ตำแหน่งจุด P แบบที่ 4 คือ

$$E_4 = \frac{2k\lambda_0}{\ell} \left(\frac{1}{8} \int_0^{\ell/2} r e^{-\beta_d^2 r} \cos(4\pi r) dr - \frac{1}{2} \int_0^{\ell/2} r e^{-\beta_d^2 r} \cos(2\pi r) dr + \frac{3}{8} \int_0^{\ell/2} r e^{-\beta_d^2 r} dr \right), \quad (20)$$

$$E_4 = \frac{3k\lambda_0}{4\ell} \left(-\frac{e^{-\beta_d^2 \ell/2}}{\beta_d^2} \left(\frac{\ell}{2} + \frac{1}{\beta_d^2} \right) \right) - \frac{k\lambda_0}{2\ell} \left(\frac{\ell e^{-\beta_d^2 \ell/2} (-\beta_d^2 \cos(2\pi\ell/2) + 2\pi \sin(2\pi\ell/2))}{2(\beta_d^4 + 4\pi^2)} - \frac{e^{-\beta_d^2 \ell/2} ((\beta_d^4 - 4\pi^2) \cos(2\pi\ell/2) - 4\pi\beta_d^2 \sin(2\pi\ell/2))}{(\beta_d^4 + 4\pi^2)^2} + \frac{(\beta_d^4 - 4\pi^2)}{(\beta_d^4 + 4\pi^2)^2} \right) + \frac{k\lambda_0}{4\ell} \left(\frac{\ell e^{-\beta_d^2 \ell/2} (-\beta_d^2 \cos(4\pi\ell/2) + 4\pi \sin(4\pi\ell/2))}{2(\beta_d^4 + 16\pi^2)} + \frac{(\beta_d^4 - 16\pi^2)}{(\beta_d^4 + 16\pi^2)^2} - \frac{e^{-\beta_d^2 \ell/2} ((\beta_d^4 - 16\pi^2) \cos(4\pi\ell/2) - 8\pi\beta_d^2 \sin(4\pi\ell/2))}{(\beta_d^4 + 16\pi^2)^2} \right) \quad (21)$$

ผลการวิจัยและอภิปรายผล

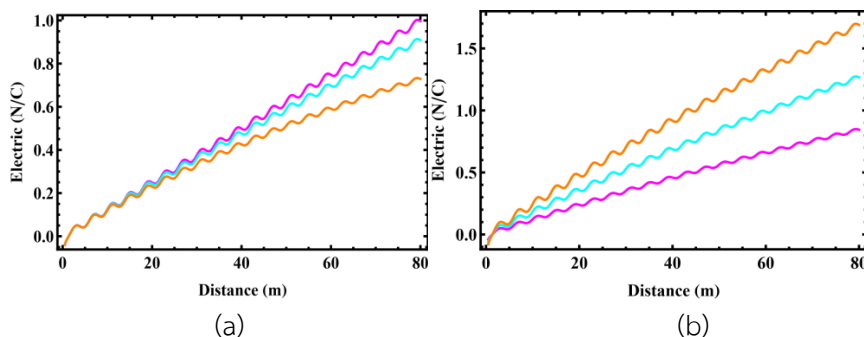
จากสมการที่ (15) เป็นค่าสนามไฟฟ้าของการแจกแจงประจุไฟฟ้าแบบเชิงเส้นอย่างต่อเนื่องของตัวนำแท่งยาว ℓ ณ ตำแหน่งจุด P แบบที่ 1 โดยมีค่า $\lambda_1(r) = \lambda_0 (r^3/\ell) e^{-\beta_d^2 r} \sin(\pi r)$ ซึ่งสามารถแสดงลักษณะของการสั้นของประจุไฟฟ้าเป็นการสั้นแบบห่วงดังรูปที่ 3



รูปที่ 3(a) แสดงลักษณะการสั้นของสนามไฟฟ้าของการแจกแจงประจุไฟฟ้าแบบเชิงเส้นอย่างต่อเนื่องของตัวนำแท่งยาว ในกรณี ที่ค่าสัมประสิทธิ์ของความหนาแน่นเปลี่ยนค่าจาก $\beta_{d1} = 0.05$, $\beta_{d2} = 0.10$, $\beta_{d3} = 0.15$ (b) แสดงลักษณะการสั้นของสนามไฟฟ้าของการแจกแจงประจุไฟฟ้าแบบเชิงเส้นอย่างต่อเนื่องของตัวนำแท่งยาว ในกรณี ที่ค่าความหนาแน่นของประจุไฟฟ้าเชิงเส้นเริ่มต้นโดยมีการเปลี่ยนแปลงค่าจาก $\lambda_{01} = 0.5 C/m$, $\lambda_{02} = 0.7 C/m$, $\lambda_{03} = 0.9 C/m$ (Zuo , 2014)

จากรูปที่ 3 (a)เรากำหนดตัวแปรต้น เป็น ค่าสัมประสิทธิ์ความหนาแน่น $\beta_{d1} = 0.05$, มีตัวแปรตามเป็นกราฟสีน้ำเงินแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง สนามไฟฟ้า $E(\ell)$ กับระยะทางของแท่งตัวนำ เกิดลักษณะการสั้นของประจุไฟฟ้าแบบห่วง เรา กำหนดตัวแปรต้น เป็น ค่าสัมประสิทธิ์ความหนาแน่น $\beta_{d2} = 0.10$, มีตัวแปรตามเป็นกราฟสีเหลืองแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง สนามไฟฟ้า $E(\ell)$ กับระยะทางของแท่งตัวนำ เรา กำหนดตัวแปรต้น เป็น ค่าสัมประสิทธิ์ความหนาแน่น $\beta_{d3} = 0.15$, มีตัวแปรตามเป็นกราฟสีเขียวแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง สนามไฟฟ้า $E(\ell)$ กับระยะทางของแท่งตัวนำ เกิดลักษณะการสั้นของประจุไฟฟ้าแบบห่วง ถ้าเราทำการเพิ่มค่าสัมประสิทธิ์ความหนาแน่น จะทำให้สนามไฟฟ้าของการแจกแจงประจุไฟฟ้าแบบเชิงเส้นอย่างต่อเนื่องของตัวนำแท่งยาวเกิดมีขนาดลดลงเมื่อระยะทางของแท่งตัวนำเพิ่มขึ้นจากรูปที่ 3 (b)เรากำหนดตัวแปรต้น เป็น ค่าความหนาแน่นประจุไฟฟ้าเชิงเส้นเริ่มต้น $\lambda_{01} = 0.5 C/m$ มีตัวแปรตามเป็นกราฟสีน้ำเงินแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง สนามไฟฟ้า $E(\ell)$ กับระยะทางของแท่งตัวนำ เกิดลักษณะการสั้นของประจุไฟฟ้าแบบห่วง เรากำหนดตัวแปรต้น เป็น ค่าความหนาแน่นประจุไฟฟ้าเชิงเส้นเริ่มต้น $\lambda_{02} = 0.7 C/m$ มีตัวแปรตามเป็นกราฟสีเหลืองแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง สนามไฟฟ้า $E(\ell)$ กับระยะทางของแท่งตัวนำ เรา กำหนดตัวแปรต้น เป็น ค่าความหนาแน่นประจุไฟฟ้าเชิงเส้นเริ่มต้น $\lambda_{03} = 0.9 C/m$ มีตัวแปรตามเป็นกราฟสีเขียวแสดงความสัมพันธ์ระหว่างสนามไฟฟ้า $E(\ell)$ กับระยะทางของแท่งตัวนำ เกิดลักษณะการสั้นของประจุไฟฟ้าแบบห่วง ถ้าเราทำการเพิ่มค่าความหนาแน่นประจุไฟฟ้าเชิงเส้นเริ่มต้นจะทำให้สนามไฟฟ้าของการแจกแจงประจุไฟฟ้าแบบเชิงเส้นอย่างต่อเนื่องของตัวนำแท่งยาวเกิดมีขนาดเพิ่มขึ้นแต่แอมพลิจูดของสนามไฟฟ้าจะลดลงเมื่อระยะทางของแท่งตัวนำเพิ่มขึ้น

จากสมการที่ (17) เป็นค่าสนามไฟฟ้าของการแจกแจงประจุไฟฟ้าแบบเชิงเส้นอย่างต่อเนื่องของตัวนำแท่งยาว ℓ ณ ตำแหน่งจุด P แบบที่ 2 โดยมีค่า $\lambda_2(r) = \lambda_0 (r^3/\ell) e^{-\beta_d^2 r} \sin^2(\pi r)$ ซึ่งสามารถแสดงลักษณะของการสั้นของประจุไฟฟ้าเป็นการสั้นแบบห่วงดังรูปที่ 4

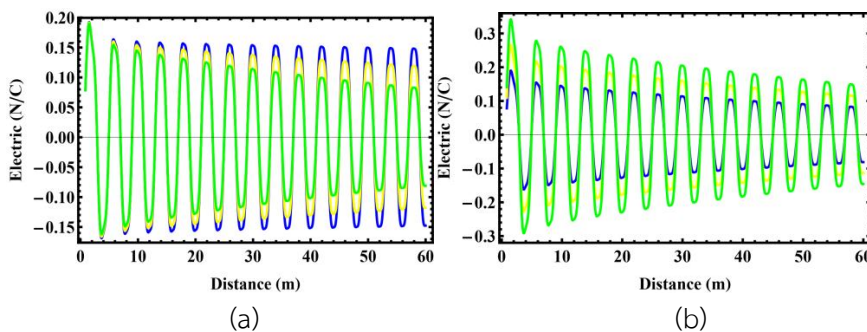


รูปที่ 4(a) แสดงการสั้นของสนามไฟฟ้าของการแจกแจงประจุไฟฟ้าแบบเชิงเส้นอย่างต่อเนืองของตัวนำแท่งยาว ภายใต้ความหนาแน่นประจุไฟฟ้าเชิงเส้น $\lambda_2(r)$ ในกรณี ที่มีค่าสัมประสิทธิ์ของความหนาแน่นเปลี่ยนค่าจาก $\beta_{d1} = 0.01, \beta_{d2} = 0.06, \beta_{d3} = 0.11$ (b) แสดงการสั้นของสนามไฟฟ้าของการแจกแจงประจุไฟฟ้าแบบเชิงเส้นอย่างต่อเนืองของตัวนำแท่งยาว ภายใต้ความหนาแน่นประจุไฟฟ้าเชิงเส้น $\lambda_2(r)$ ในกรณี ที่ค่าความหนาแน่นของประจุไฟฟ้าเชิงเส้นเริ่มต้นโดยมีการเปลี่ยนแปลงค่าจาก $\lambda_{01} = 0.10 C/m, \lambda_{02} = 0.15 C/m, \lambda_{03} = 0.20 C/m$

จากรูปที่ 4 (a)เรากำหนดตัวแปรต้น เป็น ค่าสัมประสิทธิ์ความหนาแน่น $\beta_{d1} = 0.01$, มีตัวแปรตามเป็นกราฟสี่เหลี่ยมผืนผ้าแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง สนามไฟฟ้า $E(\ell)$ กับระยะทางของแท่งตัวนำ เกิดลักษณะการสั้นของประจุไฟฟ้าแบบห้วง เรา กำหนดตัวแปรต้น เป็น ค่าสัมประสิทธิ์ความหนาแน่น $\beta_{d2} = 0.06$, มีตัวแปรตามเป็นกราฟสี่เหลี่ยมผืนผ้าแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง สนามไฟฟ้า $E(\ell)$ กับระยะทางของแท่งตัวนำ เรา กำหนดตัวแปรต้น เป็น ค่าสัมประสิทธิ์ความหนาแน่น $\beta_{d3} = 0.11$, มีตัวแปรตามเป็นกราฟสี่เหลี่ยมผืนผ้าแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง สนามไฟฟ้า $E(\ell)$ กับระยะทางของแท่งตัวนำ เกิดลักษณะการสั้นของประจุไฟฟ้าแบบห้วง ถ้าเราทำการเพิ่มค่าสัมประสิทธิ์ความหนาแน่น จะทำให้สนามไฟฟ้าของการแจกแจงประจุไฟฟ้าแบบเชิงเส้นอย่างต่อเนืองของตัวนำแท่งยาวเกิดมีขนาดลดลงเมื่อระยะทางของแท่งตัวนำเพิ่มขึ้นลักษณะของกราฟสนามไฟฟ้าโดยรวมกราฟสนามไฟฟ้าคล้ายกับแบบโพรงเจคไทล์ขาขึ้น จากรูปที่ 4 (b)เรากำหนดตัวแปรต้น เป็น ค่าความหนาแน่นประจุไฟฟ้าเชิงเส้นเริ่มต้น $\lambda_{01} = 0.10 C/m$ มีตัวแปรตามเป็นกราฟสี่เหลี่ยมผืนผ้าแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง สนามไฟฟ้า $E(\ell)$ กับระยะทางของแท่งตัวนำ เกิดลักษณะการสั้นของประจุไฟฟ้าแบบห้วง เรากำหนดตัวแปรต้น เป็น ค่าความหนาแน่นประจุไฟฟ้าเชิงเส้นเริ่มต้น $\lambda_{02} = 0.15 C/m$ มีตัวแปรตามเป็นกราฟสี่เหลี่ยมผืนผ้าแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง สนามไฟฟ้า $E(\ell)$ กับระยะทางของแท่งตัวนำ เรากำหนดตัวแปรต้น เป็น ค่าความหนาแน่นประจุไฟฟ้าเชิงเส้นเริ่มต้น

$\lambda_{03} = 0.20 \text{ C/m}$ มีตัวแปรตามเป็นกราฟสีน้ำตาลแสดงความสัมพันธ์ระหว่างสนามไฟฟ้า $E(\ell)$ กับระยะทางของแท่งตัวนำ เกิดลักษณะการสั่นของประจุไฟฟ้าแบบห่วง ถ้าเราทำการเพิ่มค่าความหนาแน่นประจุไฟฟ้าเชิงเส้นเริ่มต้นจะทำให้สนามไฟฟ้าของการแจกแจงประจุไฟฟ้าแบบเชิงเส้นอย่างต่อเนื่องของตัวนำแท่งยาวเกิดมีขนาดเพิ่มขึ้นแต่แอมพลิจูดของสนามไฟฟ้าจะลดลงเมื่อระยะทางของแท่งตัวนำเพิ่มขึ้น ลักษณะของกราฟสนามไฟฟ้าโดยรวมกราฟสนามไฟฟ้าคล้ายกับแบบโพรงเคโวลต์มากขึ้น

จากสมการที่ (19) เป็นค่าสนามไฟฟ้าของการแจกแจงประจุไฟฟ้าแบบเชิงเส้นอย่างต่อเนื่องของตัวนำแท่งยาว ณ ตำแหน่งจุด P แบบที่ 3 โดยมีค่า $\lambda_3(r) = \lambda_0(r^3/\ell)e^{-\beta_d^2 r} \sin^3(\pi r)$ ซึ่งสามารถแสดงลักษณะของการสั่นของประจุไฟฟ้าเป็นการสั่นแบบห่วงดังรูปที่ 5

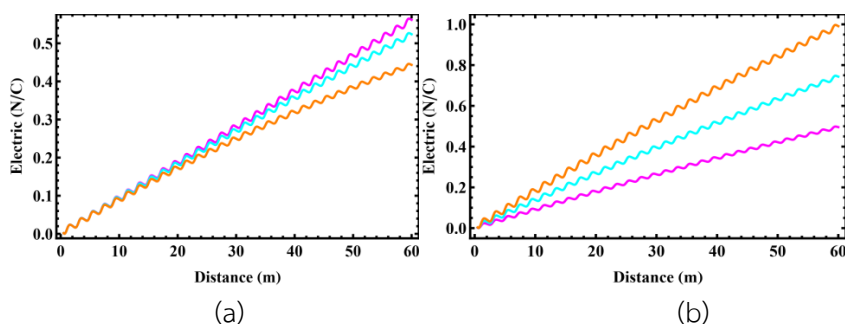


รูปที่ 5(a) แสดงการสั่นของสนามไฟฟ้าของการแจกแจงประจุไฟฟ้าแบบเชิงเส้นอย่างต่อเนื่องของตัวนำแท่งยาว ภายใต้ความหนาแน่นประจุไฟฟ้าเชิงเส้น $\lambda_3(r)$ ในกรณี ที่มีค่าสัมประสิทธิ์ของความห่วงเปลี่ยนค่าจาก $\beta_{d1} = 0.05, \beta_{d2} = 0.10, \beta_{d3} = 0.15$ (b) แสดงการสั่นของสนามไฟฟ้าของการแจกแจงประจุไฟฟ้าแบบเชิงเส้นอย่างต่อเนื่องของตัวนำแท่งยาว ภายใต้ความหนาแน่นประจุไฟฟ้าเชิงเส้น $\lambda_3(r)$ ในกรณี ที่ค่าความหนาแน่นของประจุไฟฟ้าเชิงเส้นเริ่มต้นโดยมีการเปลี่ยนแปลงค่าจาก $\lambda_{01} = 0.5 \text{ C/m}, \lambda_{02} = 0.7 \text{ C/m}, \lambda_{03} = 0.9 \text{ C/m}$

จากรูปที่ 5 (a)เรากำหนดตัวแปรต้น เป็น ค่าสัมประสิทธิ์ความห่วง $\beta_{d1} = 0.05$, มีตัวแปรตามเป็นกราฟสีน้ำเงินแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง สนามไฟฟ้า $E(\ell)$ กับระยะทางของแท่งตัวนำ เกิดลักษณะการสั่นของประจุไฟฟ้าแบบห่วง เรา กำหนดตัวแปรต้น เป็น ค่าสัมประสิทธิ์ความห่วง $\beta_{d2} = 0.10$, มีตัวแปรตามเป็นกราฟสีเหลืองแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง สนามไฟฟ้า $E(\ell)$ กับระยะทางของแท่งตัวนำ เรา กำหนดตัวแปรต้น เป็น ค่าสัมประสิทธิ์ความห่วง $\beta_{d3} = 0.15$, มีตัวแปรตามเป็นกราฟสีเขียวแสดงความสัมพันธ์ระหว่างสนามไฟฟ้า $E(\ell)$ กับระยะทางของแท่งตัวนำ เกิด

ลักษณะการสั่นของประจุไฟฟ้าแบบหนึ่ง ถ้าเราทำการเพิ่มค่าสัมประสิทธิ์ความหนาแน่นจะทำให้สนามไฟฟ้าของการแจกแจงประจุไฟฟ้าแบบเชิงเส้นอย่างต่อเนื่องของตัวนำแท่งยาวเกิดมีขนาดลดลงเมื่อระยะทางของแท่งตัวนำเพิ่มขึ้น และช่วงความกว้างของแอมพลิจูดของสนามไฟฟ้ามีลักษณะกว้างขึ้นจากรูปที่ 5 (b) เรากำหนดตัวแปรต้น เป็น ค่าความหนาแน่นประจุไฟฟ้าเชิงเส้นเริ่มต้น $\lambda_{01} = 0.5 C/m$ มีตัวแปรตามเป็นกราฟสีน้ำเงินแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง สนามไฟฟ้า $E(\ell)$ กับระยะทางของแท่งตัวนำ เกิดลักษณะการสั่นของประจุไฟฟ้าแบบหนึ่ง เรากำหนดตัวแปรต้น เป็น ค่าความหนาแน่นประจุไฟฟ้าเชิงเส้นเริ่มต้น $\lambda_{02} = 0.7 C/m$ มีตัวแปรตามเป็นกราฟสีเหลืองแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง สนามไฟฟ้า $E(\ell)$ กับระยะทางของแท่งตัวนำ เรากำหนดตัวแปรต้น เป็น ค่าความหนาแน่นประจุไฟฟ้าเชิงเส้นเริ่มต้น $\lambda_{03} = 0.9 C/m$ มีตัวแปรตามเป็นกราฟสีเขียวแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง สนามไฟฟ้า $E(\ell)$ กับระยะทางของแท่งตัวนำ เกิดลักษณะการสั่นของประจุไฟฟ้าแบบหนึ่ง ถ้าเราทำการเพิ่มค่าความหนาแน่นประจุไฟฟ้าเชิงเส้นเริ่มต้นจะทำให้สนามไฟฟ้าของการแจกแจงประจุไฟฟ้าแบบเชิงเส้นอย่างต่อเนื่องของตัวนำแท่งยาวเกิดมีขนาดเพิ่มขึ้นแต่แอมพลิจูดของสนามไฟฟ้าจะลดลงเมื่อระยะทางของแท่งตัวนำเพิ่มขึ้นและช่วงความกว้างของแอมพลิจูดของสนามไฟฟ้ามีลักษณะกว้างขึ้น

จากสมการที่ (21) เป็นค่าสนามไฟฟ้าของการแจกแจงประจุไฟฟ้าแบบเชิงเส้นอย่างต่อเนื่องของตัวนำแท่งยาว ณ ตำแหน่งจุด P แบบที่ 4 โดยมีค่า $\lambda_4(r) = \lambda_0 (r^3/\ell) e^{-\beta_d^2 r} \sin^4(\pi r)$ ซึ่งสามารถแสดงลักษณะของการสั่นของประจุไฟฟ้าเป็นการสั่นแบบหนึ่งดังรูปที่ 6



รูปที่ 6 (a) แสดงการสั่นของสนามไฟฟ้าของการแจกแจงประจุไฟฟ้าแบบเชิงเส้นอย่างต่อเนื่องของตัวนำแท่งยาว ภายใต้ความหนาแน่นประจุไฟฟ้าเชิงเส้น $\lambda_4(r)$ ในกรณี ที่มีค่าสัมประสิทธิ์ของความหนาแน่นเปลี่ยนค่าจาก $\beta_{d1} = 0.01, \beta_{d2} = 0.06, \beta_{d3} = 0.11$ (b) แสดงการสั่นของสนามไฟฟ้าของการแจกแจงประจุไฟฟ้าแบบเชิงเส้นอย่างต่อเนื่องของตัวนำแท่งยาว ภายใต้ความหนาแน่นประจุไฟฟ้าเชิงเส้น $\lambda_4(r)$ ในกรณี ที่ค่าความ

หนาแน่นของประจุไฟฟ้าเชิงเส้นเริ่มต้นโดยมีการเปลี่ยนแปลงค่าจาก จาก $\lambda_{01} = 0.1C/m$, $\lambda_{02} = 0.15C/m$, $\lambda_{03} = 0.20C/m$

จากรูปที่ 6 (a)เรากำหนดตัวแปรต้น เป็น ค่าสัมประสิทธิ์ความหน่วง $\beta_{d1} = 0.01$, มีตัวแปรตามเป็นกราฟสีชมพูแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง สนามไฟฟ้า $E(\ell)$ กับระยะทางของแท่งตัวนำ เกิดลักษณะการสั่นของประจุไฟฟ้าแบบหน่วง เรากำหนดตัวแปรต้น เป็น ค่าสัมประสิทธิ์ความหน่วง $\beta_{d2} = 0.06$, มีตัวแปรตามเป็นกราฟสีฟ้าอ่อนแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง สนามไฟฟ้า $E(\ell)$ กับระยะทางของแท่งตัวนำ เรากำหนดตัวแปรต้น เป็น ค่าสัมประสิทธิ์ความหน่วง $\beta_{d3} = 0.11$, มีตัวแปรตามเป็นกราฟสีน้ำตาลแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง สนามไฟฟ้า $E(\ell)$ กับระยะทางของแท่งตัวนำ เกิดลักษณะการสั่นของประจุไฟฟ้าแบบหน่วง ถ้าเราทำการเพิ่มค่าสัมประสิทธิ์ความหน่วง จะทำให้สนามไฟฟ้าของการแจกแจงประจุไฟฟ้าแบบเชิงเส้นอย่างต่อเนื่องของตัวนำแท่งยาวเกิดมีขนาดลดลงเมื่อระยะทางของแท่งตัวนำเพิ่มขึ้นลักษณะของกราฟสนามไฟฟ้าโดยรวมกราฟสนามไฟฟ้าคล้ายกับแบบโพเรจคโกล์ซาซัน จากรูปที่ 6 (b)เรากำหนดตัวแปรต้น เป็น ค่าความหนาแน่นประจุไฟฟ้าเชิงเส้นเริ่มต้น $\lambda_{01} = 0.10C/m$ มีตัวแปรตามเป็นกราฟสีชมพูแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง สนามไฟฟ้า $E(\ell)$ กับระยะทางของแท่งตัวนำ เกิดลักษณะการสั่นของประจุไฟฟ้าแบบหน่วง เรากำหนดตัวแปรต้น เป็น ค่าความหนาแน่นประจุไฟฟ้าเชิงเส้นเริ่มต้น $\lambda_{02} = 0.15C/m$ มีตัวแปรตามเป็นกราฟสีฟ้าอ่อนแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง สนามไฟฟ้า $E(\ell)$ กับระยะทางของแท่งตัวนำ เรากำหนดตัวแปรต้น เป็น ค่าความหนาแน่นประจุไฟฟ้าเชิงเส้นเริ่มต้น $\lambda_{03} = 0.20C/m$ มีตัวแปรตามเป็นกราฟสีน้ำตาลแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง สนามไฟฟ้า $E(\ell)$ กับระยะทางของแท่งตัวนำ เกิดลักษณะการสั่นของประจุไฟฟ้าแบบหน่วง ถ้าเราทำการเพิ่มค่าความหนาแน่นประจุไฟฟ้าเชิงเส้นเริ่มต้นจะทำให้สนามไฟฟ้าของการแจกแจงประจุไฟฟ้าแบบเชิงเส้นอย่างต่อเนื่องของตัวนำแท่งยาวเกิดมีขนาดเพิ่มขึ้นแต่แอมพลิจูดของสนามไฟฟ้าจะลดลงเมื่อระยะทางของแท่งตัวนำเพิ่มขึ้นลักษณะของกราฟสนามไฟฟ้าโดยรวมกราฟสนามไฟฟ้าคล้ายกับแบบโพเรจคโกล์ซาซัน

สรุปผลการวิจัย

สนามไฟฟ้าของการแจกแจงประจุไฟฟ้าแบบเชิงเส้นอย่างต่อเนื่องของตัวนำแท่งยาวที่ได้มาจากความหนาแน่นประจุไฟฟ้าเชิงเส้นแบบฟังก์ชันไซน์มีเลขชี้กำลังเป็นเลขคี่ สนามไฟฟ้ามีลักษณะเป็นการสั่นแบบหน่วงและมีความกว้างของแอมพลิจูดของสนามไฟฟ้ากว้างขึ้น ถ้าความหนาแน่นประจุไฟฟ้าเชิงเส้นแบบฟังก์ชันไซน์มีเลขชี้กำลังเป็นเลข 3 สนามไฟฟ้าของการแจกแจงประจุไฟฟ้าแบบเชิงเส้นอย่างต่อเนื่องของตัวนำ

แท่งยาวที่ได้มาจากความหนาแน่นประจุไฟฟ้าเชิงเส้นแบบฟังก์ชันไซน์มีเลขชี้กำลังเป็นเลขคู่จะมีลักษณะของกราฟของสนามไฟฟ้าคล้ายกับแบบโพรงเจตโกล์ข้างขึ้น

กิตติกรรมประกาศ

ขอขอบคุณคณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์ที่ให้การสนับสนุนด้านสถานที่ และเวลาในการทำงานวิจัย จนกระทั่งงานสำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดี

เอกสารอ้างอิง

- NichapatThongsit, YositaSangnok, ArtitHutem, (2019), Mathematical modeling and the physics of electric field on nonsymmetrical linear charge density for damped-oscillatory motion, วารสารวิทยาศาสตร์โลก ดาราศาสตร์ และอวกาศ, ปีที่ 1 ฉบับที่ 1.
- Maglaras A. and Maglaras L., (2004), International Conference WSEAS MMACTEE.
- Generazio E.R., (2017), Electric Potential and Electric Field Imaging, AIP Conference Proceeding 1806, 020025.
- Zuo F. ,(2014), American Journal of Physics September 22.
- Riley, K.F.,& Hobson, M.P. (2006). Mathematical Methods for Physics and Engineering.(3th ed.). New York: Cambridge University Press.
- Atamp A.,(1990), Introduction to classical mechanics, Prentice-Hall, United States America, pp. 20-63.
- Lorrain P. and Corson D.R., (1972), Electromagnetic fields and wave second edition, San Francisco, W.H. Freeman and company, PP. 40-61.
- David J. Griffiths,(1999), Introduction to electrodynamics, (3th ed.). New Jersey, Prentice-Hall International, Inc. pp. 58-70.